

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2011	CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2011
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).

S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

Problema A.1. Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y M , donde M es una matriz de dos filas y dos columnas que verifica $M^2 = M$. Obtener **razonadamente**:

- Todos los valores reales k para los que la matriz $B = A - kI$ tiene inversa. (2 puntos).
- La matriz inversa B^{-1} cuando $k = 3$. (2 puntos).
- Las constantes reales α y β para las que se verifica que $\alpha A^2 + \beta A = -2I$. (4 puntos).
- Comprobar **razonadamente** que la matriz $P = I - M$ cumple las relaciones:

$$P^2 = P \quad \text{y} \quad MP = PM.$$

(2 puntos, repartidos en 1 punto por cada igualdad).

Problema A.2. En el espacio se dan las rectas $r: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ 3y - z + 2 + \alpha = 0 \end{cases}$.

Obtener **razonadamente**:

- El valor de α para el que las rectas r y s están contenidas en un plano. (4 puntos).
- La ecuación del plano que contiene a las rectas r y s para el valor de α obtenido en el apartado anterior. (2 puntos).
- La ecuación del plano perpendicular a la recta r que contiene el punto $(1, 2, 1)$. (4 puntos).

Problema A.3 Dada la función f definida por:

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

Obtener **razonadamente**:

- El dominio y el recorrido de la función f . (2 puntos).
- Los valores de x donde la función $f(x) = x^2 e^{-x}$ alcanza el máximo relativo y el mínimo relativo. (2 puntos).
- Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de dicha función f . (2 puntos).
- Los valores de x donde la función $f(x) = x^2 e^{-x}$ tiene los puntos de inflexión. (2 puntos).
- La gráfica de la curva $y = x^2 e^{-x}$, explicando con detalle la obtención de su asíntota horizontal. (2 puntos).

OPCIÓN B

Problema B.1. Se dan las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y T , y se sabe que T es una matriz cuadrada de 3 filas y

3 columnas cuyo determinante vale $\sqrt{2}$.

Calcular **razonadamente** los determinantes de las siguientes matrices, indicando explícitamente las propiedades utilizadas en su cálculo:

- $\frac{1}{2}T$. (3 puntos).
- M^4 . (3 puntos).
- TM^3T^{-1} . (4 puntos).

Problema B.2. Se da la recta $r: \begin{cases} x-4y=0 \\ y-z=0 \end{cases}$ y el plano $\pi_\alpha: (2+2\alpha)x+y+\alpha z-2-6\alpha=0$, dependiente del

parámetro real α . Obtener **razonadamente**:

- La ecuación del plano π_α que pasa por el punto $(1,1,0)$. (3 puntos).
- La ecuación del plano π_α que es paralelo a la recta r . (4 puntos).
- La ecuación del plano π_α que es perpendicular a la recta r . (3 puntos).

Problema B.3. Un coche recorre el arco de parábola Γ de ecuación $2y=36-x^2$, variando la x de -6 a 6 . Se representa por $f(x)$ a la distancia del punto $(0,9)$ al punto (x,y) del arco Γ donde está situado el coche.

Se pide obtener **razonadamente**:

- La expresión de $f(x)$. (2 puntos)
- Los puntos del arco Γ donde la distancia $f(x)$ tiene mínimos relativos. (2 puntos).
- Los valores máximo y mínimo de la distancia $f(x)$. (2 punto)
- El área de la superficie limitada por el arco de parábola Γ y el segmento rectilíneo que une los puntos $(-6, 0)$ y $(6, 0)$. (4 puntos)