

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: JUNY 2014

CONVOCATORIA: JUNIO 2014

MATEMÀTIQUES II

MATEMÁTICAS II

**BAREM DE L'EXAMEN:** Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).

S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**BAREMO DEL EXAMEN:** Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

### OPCIÓN A

**Problema A.1.** Dado el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} x+3y+2z = -1 \\ 2x+4y+5z = k-2 \\ x+k^2y+3z = 2k \end{cases}$$
, donde  $k$  es un parámetro real se pide:

- Discutir **razonadamente** el sistema según los valores de  $k$ . (4 puntos).
- Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**, todas las soluciones del sistema cuando  $k = -1$ . (3 puntos).
- Resolver **razonadamente** el sistema cuando  $k = 0$ . (3 puntos).

**Problema A.2.** Se dan el punto  $A = (-1, 0, 2)$  y las rectas  $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z-2$  y  $s: \begin{cases} x = -1 - 2\lambda \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- La ecuación del plano  $\pi$  que pasa por el punto  $A$  y contiene a la recta  $r$ . (3 puntos).
- La ecuación del plano  $\sigma$  que pasa por el punto  $A$  y es perpendicular a la recta  $s$ . (3 puntos)
- Un vector dirección de la recta  $l$  intersección de los planos  $\pi$  y  $\sigma$  (2 puntos) y la distancia entre las rectas  $s$  y  $l$ . (2 puntos).

**Problema A.3.** Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- El valor de  $m$  para el cual la función  $f(x) = \begin{cases} m(x+1)e^{2x}, & x \leq 0 \\ \frac{(x+1)\text{sen}x}{x}, & x > 0 \end{cases}$  es continua en  $x = 0$ . (3 puntos).
- Los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función  $(x+1)e^{2x}$ . (3 puntos).
- La integral  $\int (x+1)e^{2x} dx$ , (2 puntos) y el área limitada por la curva  $y = (x+1)e^{2x}$  y las rectas  $x = 0$ ,  $x = 1$  e  $y = 0$ . (2 puntos).

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  y  $C = (-1 \ 1 \ 3)$ .

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La matriz inversa  $A^{-1}$  de la matriz  $A$ . (3 puntos).
- La matriz  $X$  que es solución de la ecuación  $AX = BC$ . (4 puntos).
- El determinante de la matriz  $2M^3$ , siendo  $M$  una matriz cuadrada de orden 2 cuyo determinante vale  $\frac{1}{2}$ . (3 puntos).

**Problema B.2.** Se da el triángulo  $T$ , cuyos vértices son  $A = (1, 2, -2)$ ,  $B = (0, -3, 1)$  y  $C = (-1, 0, 0)$ , y los

$$\text{planos } \pi_1 : x + y + z + 1 = 0 \text{ y } \pi_2 : \begin{cases} x = -\alpha + \beta + 1 \\ y = \alpha - 2\beta \\ z = \alpha + \beta \end{cases}.$$

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La posición relativa del plano  $\pi_1$  y del plano que contiene al triángulo  $T$ . (4 puntos).
- Un vector  $\vec{n}_1$  perpendicular al plano  $\pi_1$  y un vector  $\vec{n}_2$  perpendicular al plano  $\pi_2$  (1,5 puntos) y el coseno del ángulo formado por los vectores  $\vec{n}_1$  y  $\vec{n}_2$  (1,5 puntos).
- Las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$ . (3 puntos).

**Problema B.3.** Se tiene un cuadrado de mármol de lado 80 cm. Se produce la rotura de una esquina y queda un pentágono de vértices  $A = (0, 20)$ ,  $B = (20, 0)$ ,  $C = (80, 0)$ ,  $D = (80, 80)$  y  $E = (0, 80)$ . Para obtener una pieza rectangular se elige un punto  $P = (x, y)$  del segmento  $AB$  y se hacen dos cortes paralelos a los ejes  $X$  e  $Y$ . Así se obtiene un rectángulo  $R$  cuyos vértices son los puntos  $P = (x, y)$ ,  $F = (80, y)$ ,  $D = (80, 80)$  y  $G = (x, 80)$ .

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- El área del rectángulo  $R$  en función de  $x$ , cuando  $0 \leq x \leq 20$ . (3 puntos).
- El valor de  $x$  para el que el área del rectángulo  $R$  es máxima. (5 puntos).
- El valor del área máxima del rectángulo  $R$ . (2 puntos).